Revista Internacional de
Ingeniería
de Estructuras

Vol. 24, 1, 123-139 (2019)

USING MICROSOFT EXCEL MACROS TO ANALYZE PLANAR STRUCTURES.

Nelson López [1], Juan Vielma [2], Leonardo López [3] ,Vanessa Montesinos[4]

[1] Departamento de ingeniería civil. Universidad Politécnica Salesiana UPS. Avenida Morán Valverde y Avenida Rumichaca Ñan, Quito, Ecuador, email: nlopez@ups.edu.ec.
[2] Escuela de Ingeniería Civil. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile. email: juan.vielma@pucv.cl
[3] Universidad Tecnológica Indoamérica. Sabanilla. Quito, Ecuador. email: leonardolopez@uti.edu.ec
[4] Investigadora independiente. Tenerife, España. email: Vanessamontesinos22@gmail.com.

Received: January 2019. Accepted: March 2019

ABSTRACT

The use of computer tools to solve calculations in any area of study is essential to reduce the time spent performing them, leading to the investment of time in the analysis of the problem for a number "n" of solutions to the proposed problem, being able to perform iterations multiple until reaching an optimal result. The objective of this article is to use one of the simplest computer tools, such as the Microsoft Excel program, to create a code in Visual Basic that allows the resolution of flat structures, subject to shear forces, axial forces and bending moments, thus calculating the reactions and displacements in the nodes of the structure. The macro was based on the analysis of structures with the direct stiffness method, where codes were created to obtain the stiffness matrix of each element, the global stiffness matrix of the structure assembled from the stiffness matrix of each element, the matrix of embedding forces, the matrix of nodal forces, and the matrix of displacements of each node. Each of the matrices are displayed in a spreadsheet, so that for academic purposes, the user can view each of the matrices.

Keywords: Excel Macros, visual basic, planar structures, stiffness matrix.

USO DE MACROS EN MICROSOFT EXCEL PARA ANALIZAR ESTRUCTURAS PLANAS.

RESUMEN

El uso de herramientas informáticas para resolver cálculos en cualquier área de estudio es esencial para reducir el tiempo dedicado a realizarlas, dando lugar a la inversión de tiempo en el análisis del problema para un número "n" de soluciones al problema propuesto, pudiendo realizar iteraciones múltiples hasta alcanzar un resultado óptimo. El objetivo de este artículo es utilizar una de las herramientas informáticas más simples, como el programa Microsoft Excel, para crear un código en Visual Basic que permita la resolución de estructuras planas, sujetas a fuerzas de corte, fuerzas axiales y momentos flectores, calculando así las reacciones y desplazamientos en los nodos de la estructura. La macro se basó en el análisis de estructuras con el método de rigidez directa, donde se crearon códigos para obtener la matriz de rigidez de cada elemento, la matriz de rigidez global de la estructura

ensamblada a partir de la matriz de rigidez de cada elemento, la matriz de fuerzas de empotramiento, la matriz de fuerzas nodales, y la matriz de desplazamientos de cada nodo. Cada una de las matrices se muestran en una hoja de cálculo, de modo que para fines académicos, el usuario podrá visualizar cada una de las matrices.

Palabras clave: Macros de Excel, Visual Basic, estructuras planas, matriz de rigidez.

1. INTRODUCCION.

La resolución de estructuras planas por métodos matriciales, resulta ser un trabajo de acuerdo con el número de elementos (barras y nodos) presentes en la estructura, lo que representa un gran número de cálculos por elemento que, al trabajar manualmente, podrían incurrir en errores, como como el uso de pocos decimales, transponer valores, transponer índices matrices que alterarían el orden de los coeficientes de la matriz de la estructura y por lo tanto el cálculo erróneo de los valores de rigidez. Por lo tanto, este trabajo de investigación se basa en la programación de macros en Microsoft Excel para el cálculo de estructuras planas, con un enfoque estrictamente académico basado en métodos matriciales, con el fin de que el estudiante dedique más tiempo a analizar el problema que a resolver el problema. Sin quitar la importancia de conocer y realizar los cálculos manualmente.

Se sabe que los programas existentes utilizan métodos de cálculo matricial para resolver estructuras. Sin embargo, las matrices generadas por cada elemento no pueden ser visualizadas por el usuario, solo los resultados obtenidos de la resolución final, por lo que académicamente es difícil para el estudiante tener un punto de comparación para verificar sus ejercicios, y esto se agrega a eso Los programas que están en el mercado tienen licencias de uso caras y temporales, que probablemente no todos los estudiantes poseen, y además se requiere que el estudiante tenga conocimiento del uso de los programas para poder manipularlo.

2. BASES TEÓRICAS.

La macro se desarrolló basándose en los métodos de análisis matricial de estructuras, específicamente con el método de rigidez directa. La formulación general de este método se muestra en la ecuación 1, de acuerdo con (Uribe Escamilla, 2000), (Weaver & Gere, 1990), (Aguiar, 2014) y (Mueller, 2016) que se utiliza para calcular las fuerzas de reacción en los apoyos.

$$\{F\} = [K] * \{D\} + \{Qe\} \quad \textbf{(1)}$$

Donde:

$\{F\}$ es el vector de fuerzas nodales (reacciones y fuerzas puntuales).

$\{K\}$ es la matriz de rigidez.

$\{D\}$ es el vector de desplazamientos nodales.

$\{Qe\}$ es el vector de fuerzas de empotramiento.

El cálculo de los desplazamientos nodales se realiza de acuerdo a la ecuación 2.

$$\{D\} = [K^{-1}] * \{F - Qf\} \quad \textbf{(2)}$$

Donde $[K^{-1}]$ es la matriz de flexibilidad de la estructura.

El método de cálculo en el que se basa la programación de la macro es el método de los desplazamientos.

2.1. Solución general por el método de los desplazamientos.

Partiendo del enfoque anterior, se realiza una matriz basada en fuerzas y desplazamientos conocidos y desconocidos, guardando la relación de que con las fuerzas conocidas, los desplazamientos son desconocidos y viceversa. El orden se muestra en la ecuación 3 según (Uribe Escamilla, 2000) y (Weaver & Gere, 1990).

$$\left(\frac{Q_n}{Qa}\right) = \begin{pmatrix} K_{nn} & Kna \\ Kan & Kaa \end{pmatrix} * \left(\frac{D_n}{Da}\right) \quad \textbf{(3)}$$

Donde:

Q_n es el vector de fuerzas nodales conocidas.

Qa es el vector de fuerzas nodales desconocidas (reacciones).

Knn es la submatriz de rigidez utilizada para el cálculo de los desplazamientos nodales.

Kna es la submatriz de rigidez utilizada para el cálculo de las reacciones. ($Kna = Kan$).

Kaa es la submatriz de rigidez utilizada para el cálculo de las reacciones debidas a desplazamientos en los apoyos.

Dn es el vector de desplazamientos nodales conocidos.

Da es el vector de desplazamientos nodales desconocidos.

3. MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UN ELEMENTO ORIENTADO ARBITRARIAMENTE.

En general, un elemento estructural 2D está sujeto a fuerzas axiales, fuerzas de corte y momentos de flexión. Los ejes originales del elemento son ejes locales, mientras que los ejes de toda la estructura son ejes globales, por lo que es necesario transformar los ejes locales en ejes globales, como se muestra en la Figura **1**.

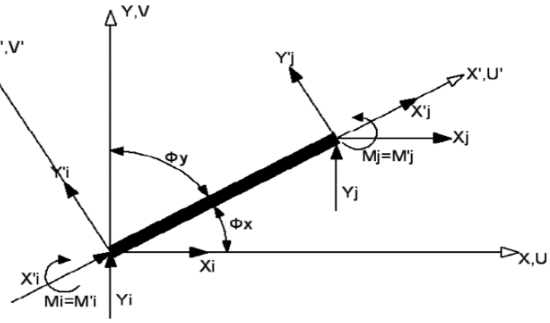


Figura 1. Caso general de un elemento estructural 2D orientado arbitrariamente. (Lopez, 2011)

La matriz de transformación (T) entre ejes locales y globales se muestra en la ecuación 4.

$$\begin{bmatrix} \cos\phi x & sen\phi x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -sen\phi x & \cos\phi x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi x & sen\phi x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -sen\phi x & \cos\phi x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(4)}$$

La matriz de rigidez de un elemento estructural orientado arbitrariamente, puede obtenerse de una barra horizontal, sometida a fuerzas de corte y momentos flectores, cuando se generan los siguientes desplazamientos y rotaciones en sus extremos.

3.1 Desplazamiento vertical unitario en el nodo i.

Las reacciones en los nodos de la viga estudiada se pueden obtener aplicando las relaciones de Mohr (Beer, Johnston, DeWolf, & Mazurek, 2010), (Hibbeler, 2012), (Popov, 2000) como se muestra en las ecuaciones 5, 6, 7 y 8.

$$V(x) = \frac{1}{EI}\int_0^x -w\,dx \quad \textbf{(5)}$$

$$M(x) = \frac{1}{EI}\int_0^x V(x)dx \quad \textbf{(6)}$$

$$\emptyset(x) = \frac{1}{EI}\int_0^x M(x)dx \quad \textbf{(7)}$$

$$y(x) = \frac{1}{EI}\int_0^x \emptyset(x)dx \quad \textbf{(8)}$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores, se obtienen las ecuaciones 9, 10, 11 y 12 (con $w = 0$).

$$V(x) = \frac{C1}{EI} \quad (9)$$

$$M(x) = \frac{1}{EI}(C1x + C2) \quad (10)$$

$$\emptyset(x) = \frac{1}{EI}(C1x^2 + C2x + C3) \quad (11)$$

$$y(x) = \frac{1}{EI}(C1x^3 + C2x^2 + C3x + C4) \quad (12)$$

Las ecuaciones 9, 10, 11 y 12, se resuelven utilizando las siguientes condiciones de frontera:

Tabla 1. Condiciones de frontera para la resolución de las ecuaciones.

x	y	$\emptyset$
0	$v1 = 1$	0
L	0	0

Las constantes C1, C2, C3 y C4 poseen los siguientes valores:

$$C1 = 12 * \frac{EI}{L^3}; C2 = -6 * \frac{EI}{L^2}; C3 = 0; C4 = EI$$

Sustituyendo los valores de C1 y C2 en las ecuaciones 9 y 10, se obtienen las ecuaciones 13 y 14.

$$V(x) = 12 * \frac{EI}{L^3} \quad (13)$$

$$M(x) = 12 * \frac{EI}{L^3}x - 6 * \frac{EI}{L^2} \quad (14)$$

Resolviendo las ecuaciones 13 y 14, para x = 0 and x =L, se obtienen las fuerzas en los nodos, como se muestra en la Figura 2.

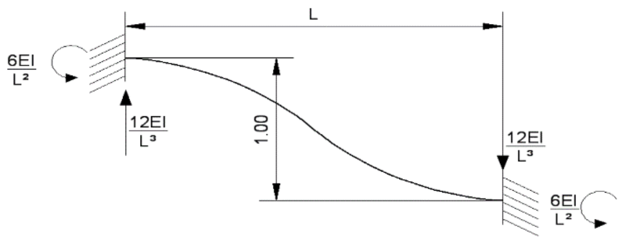


Figura 2. Elemento horizontal sometido a fuerzas de corte y momentos flectores debido a desplazamiento vertical unitario en el nodo i. (Lopez, 2011)

3.2 Desplazamiento vertical unitario en el nodo j.

Aplicando el mismo procedimiento anterior, y variando las condiciones de contorno para un desplazamiento vertical unitario en el nodo j, se obtienen los valores de las reacciones en los nodos como se muestra en la Figura 3.

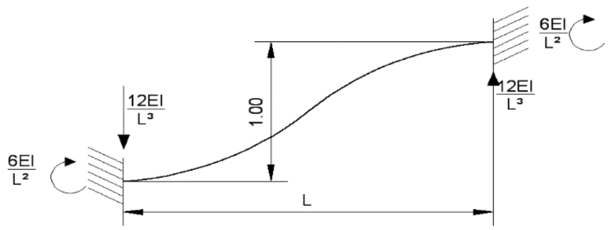


Figura 3. Elemento horizontal sometido a fuerzas de corte y momentos flectores debido a desplazamiento vertical unitario en el nodo j. (Lopez, 2011).

3.3 Rotación unitaria en el nodo *i*.

Aplicando el mismo procedimiento anterior, y variando las condiciones de contorno para una rotación unitaria en el nodo j, se obtienen los valores de las reacciones en los nodos como se muestra en la Figura 4.

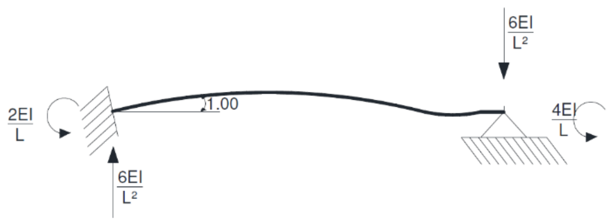


Figura 4. Elemento horizontal sometido a fuerzas de corte y momentos flectores debido a rotación unitaria en el nodo i.

3.4 Rotación unitaria en el nodo *j*.

Aplicando el mismo procedimiento anterior, y variando las condiciones de contorno para una rotación unitaria en el nodo j, se obtienen los valores de las reacciones en los nodos como se muestra en la Figura 5.

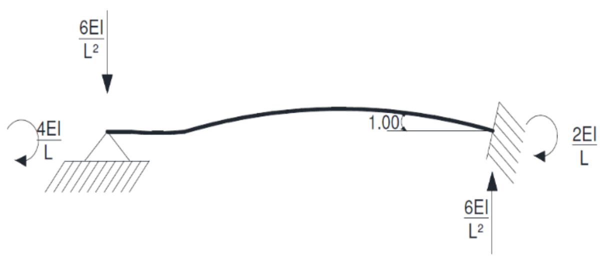


Figura 5. Elemento horizontal sometido a fuerzas de corte y momentos flectores debido a rotación unitaria en el nodo j.

3.5 Desplazamiento horizontal unitario en el nodo i y en el nodo j.

Basándose en la Ley de Hooke, la tensión axial para un elemento estructural sometido a fuerzas de compresión o tracción, se muestra en la ecuación 15.

$$P = \frac{EA}{L} \tag{15}$$

La matriz de rigidez para un elemento estructural, en ejes locales, sometida a fuerzas de corte, fuerzas axiales y momentos de flexión, se muestra en la ecuación 16, según (Uribe Escamilla, 2000), (Weaver & Gere, 1990), (Gavin, 2014), y (Kwon & Bang, 1996).

$$\begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{16}$$

Para obtener la matriz de rigidez de un elemento orientado arbitrariamente, es necesario convertir los ejes locales en ejes globales, aplicando la ecuación 17, según (Uribe Escamilla, 2000), (Weaver & Gere, 1990), (Gavin, 2014), and (Kwon & Bang, 1996).

$$\bar{K} = T^T * K * T \tag{17}$$

Una vez aplicada la ecuación 17, la matriz de rigidez para un elemento estructural orientado arbitrariamente se muestra en la ecuación 18.

$$\begin{bmatrix} \frac{AE}{L}\lambda^2 + \frac{12EI}{L^3}\mu^2 & \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & -\frac{6EI}{L^2}\mu & -\left[\frac{AE}{L}\lambda^2 + \frac{12EI}{L^3}\mu^2\right] & -\left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & -\frac{6EI}{L^2}\mu \\ \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & \frac{AE}{L}\mu^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda^2 & \frac{6EI}{L^2}\lambda & -\left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & -\left[\frac{AE}{L}\mu^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda^2\right] & \frac{6EI}{L^2}\lambda \\ -\frac{6EI}{L^2}\mu & \frac{6EI}{L^2}\lambda & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}\mu & -\frac{6EI}{L^2}\lambda & \frac{2EI}{L} \\ -\left[\frac{AE}{L}\lambda^2 + \frac{12EI}{L^3}\mu^2\right] & -\left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & \frac{6EI}{L^2}\mu & \frac{AE}{L}\lambda^2 + \frac{12EI}{L^3}\mu^2 & \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & \frac{6EI}{L^2}\mu \\ -\left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & -\left[\frac{AE}{L}\mu^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda^2\right] & -\frac{6EI}{L^2}\lambda & \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3}\right]\lambda\mu & \frac{AE}{L}\mu^2 + \frac{12EI}{L^3}\lambda^2 & -\frac{6EI}{L^2}\lambda \\ -\frac{6EI}{L^2}\mu & \frac{6EI}{L^2}\lambda & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2}\mu & -\frac{6EI}{L^2}\lambda & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Donde:

A es el área transversal del elemento en estudio.

E es el módulo de elasticidad del material del elemento estructural..

I es el momento de inercia de la sección transversal.

L es la longitud del elemento estructural.

γ es el $\cos \emptyset x$.

μ es el $\sin \emptyset x$.

4 DESARROLLO DE LA MACRO.

La programación de la hoja de cálculo se realizó con macros en Microsoft Excel. Una macro en Microsoft Excel se define como la interacción entre Microsoft Excel y Visual Basic en la misma hoja de cálculo, pudiendo realizar operaciones complejas en la hoja de cálculo de forma rápida y sencilla.

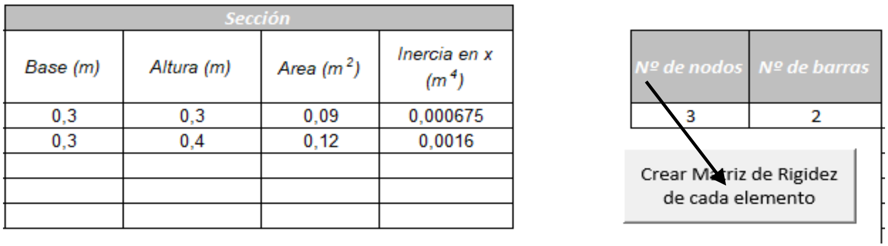
El programa de ensamblaje consta de 3 hojas de Excel, donde la primera se denomina "Matriz de rigidez", y en ella se introducen los datos de geometría de la estructura en estudio para generar la matriz de rigidez de cada elemento y luego ensamblar la matriz de rigidez del conjunto completo. estructura; otra hoja llamada "Matriz de Fuerzas", donde se calculan las fuerzas de incrustación de los elementos, se introducen las fuerzas nodales y los desplazamientos nodales conocidos; una hoja llamada "Cálculos", donde se realizan las operaciones matriciales necesarias para calcular las reacciones y los desplazamientos.

4.1 Programación de la hoja "matriz de rigidez".

En la hoja de entrada de datos, se solicitarán los datos de geometría y topología de la estructura en estudio, y los datos de entrada serán los indicados en Tabla 2.

En esta etapa, la macro solo está programada para leer los datos de entrada. la macro es responsable de leer estos datos con las coordenadas de las filas en números y las columnas en números, por ejemplo, la celda A1 en Excel, es la celda (1,1) en el código de Visual Basic, porque las columnas no se leen como letras sino en números. El comando en Visual Basic para leer y asignar valores de celdas es "Celdas (fila, columna)" (Shepherd, 2004), como se muestra en el apéndice 1, donde "i" es el número de elementos de la estructura, que se lee automáticamente del número de filas de los datos de entrada. Los valores de la matriz de rigidez para cada elemento tienen un código en Visual Basic como se muestra en el apéndice 1, donde x y w, son valores de filas y columnas para imprimir los valores calculados en Excel. Para el ensamblaje de la matriz de rigidez global, se realizó un ciclo doble "For-Next" (Mueller, 2016), para buscar y sumar algebraicamente los valores de rigidez para nodos repetidos, como se muestra en el apéndice 1.

Para calcular la matriz de rigidez de cada elemento, se debe presionar un botón denominado "Crear matriz de rigidez de cada elemento", para activar la macro, como se muestra en la Figura 6.

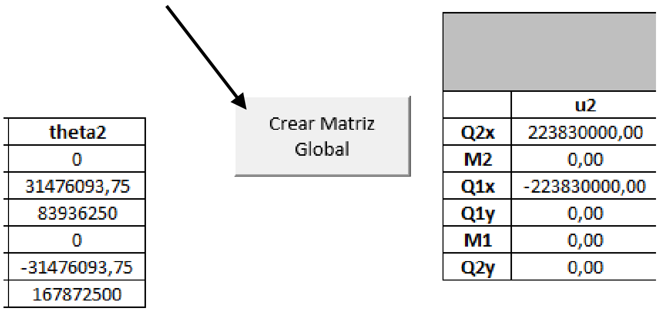


Sección			
Base (m)	Altura (m)	Area (m^2)	Inercia en x (m^4)
0,3	0,3	0,09	0,000675
0,3	0,4	0,12	0,0016

Nº de nodos	Nº de barras
3	2

Figura 6. Botón para crear la matriz de rigidez de cada elemento. Fuente: Autores.

Una vez que se hayan creado las matrices de rigidez para cada elemento, la macro de ensamblaje debe activarse utilizando otro botón, denominado "Crear matriz de rigidez global", como se muestra en la Figura 7.



theta2
0
31476093,75
83936250
0
-31476093,75
167872500

	u2
Q2x	223830000,00
M2	0,00
Q1x	-223830000,00
Q1y	0,00
M1	0,00
Q2y	0,00

Figura 7. Botón para ensamblar la matriz de rigidez global. Fuente: Autores.

Para probar la precisión de la macro, un ejemplo del libro del autor (Uribe Escamilla, 2000), ejemplo 11.22 (ver Figura 8), en la página 520, será resuelto.

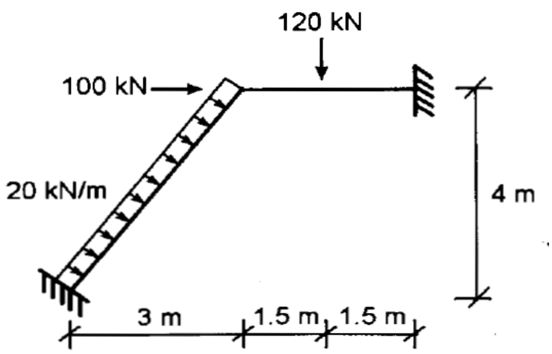


Figura 8. Ejemplo 11.22, página 520. (Uribe Escamilla, 2000).

La numeración de los nodos para este ejercicio, se muestra en la Figura 9**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**.

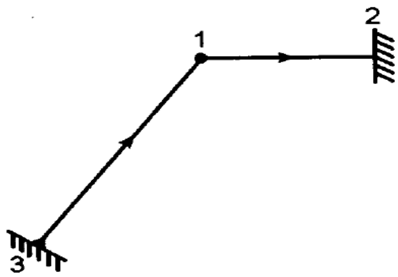


Figura 9. Numeración de nodos para datos de entrada (Uribe Escamilla, 2000).

Los datos requeridos para el análisis, se muestran en la Tabla 2.¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

Tabla 2. Datos de entrada de la estructura. Fuente: Autores

Elemento	*Nodo i*	*Nodo j*	*Longitud (m)*	*θ (º) =*	*Módulo de elasticidad (Kg/m²)*	*Base (m)*	*Altura (m)*	*Área (m²)*	*Inercia en x (m⁴)*
1	1	2	3	0	19000000	0,3	0,3	0,09	0,000675
2	3	1	5	53,13	19000000	0,3	0,4	0,12	0,0016

Las matrices de rigidez de cada elemento se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Matriz de rigidez de cada elemento (kN/m).Fuente: Autores.

Elemento 1	**u1**	**v1**	**theta1**	**u2**	**v2**	**theta2**
Q1x	570000	0	0	-570000	0	0
Q1y	0	5700	8550	0	-5700	8550
M1	0	8550	17100	0	-8550	8550
Q2x	-570000	0	0	570000	0	0
Q2y	0	-5700	-8550	0	5700	-8550
M2	0	8550	8550	0	-8550	17100
Elemento 2	**u3**	**v3**	**theta3**	**u1**	**v1**	**theta1**
Q3x	166027,78	217479,17	-5836,8	-166027,8	-217479,17	-5836,8
Q3y	217479,17	292890,62	4377,6	-217479,2	-292890,62	4377,6
M3	-5836,8	4377,6	24320	5836,8	-4377,6	12160
Q1x	-166027,8	-217479,2	5836,8	166027,78	217479,17	5836,8
Q1y	-217479,2	-292890,6	-4377,6	217479,17	292890,62	-4377,6
M1	-5836,8	4377,6	12160	5836,8	-4377,6	24320

La matriz de rigidez de cada elemento según (Uribe Escamilla, 2000), se muestran en la Figura 10.

$$
\begin{array}{cccccc}
u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 \\
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cccccc}
u_3 & v_3 & \theta_3 & u_1 & v_1 & \theta_1
\end{array}
$$

$$
\begin{bmatrix}
570000 & 0 & 0 & | & | & | \\
0 & 5700 & 8550 & | & | & | \\
0 & 8550 & 17100 & | & | & | \\
-570000 & 0 & 0 & | & | & | \\
0 & -5700 & -8550 & | & | & | \\
0 & 8550 & 8550 & | & | & |
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
166030 & 217480 & -5840 & -166030 & -217480 & -5840 \\
217480 & 292890 & 4380 & -217480 & -292890 & 4380 \\
-5840 & 4380 & 24320 & 5840 & -4380 & 12160 \\
-166030 & -217480 & 5840 & 166030 & 217480 & 5840 \\
-217480 & -292890 & -4380 & 217480 & 292890 & -4380 \\
-5840 & 4380 & 12160 & 5840 & -4380 & 24320
\end{bmatrix}
\begin{array}{c} u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \\ u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \end{array}
$$

Figura 10. Matriz de rigidez de cada elemento (kN/m). (Uribe Escamilla, 2000)

Obsérvese que las matrices obtenidas por el macro (Tabla 3) son iguales a las calculadas por el libro fuente (Uribe Escamilla, 2000) (Figura 10).

La matriz global debe ser ensamblada, y manualmente, el proceso podría ser largo debido a la suma de los factores de rigidez para nodos repetidos. La macro tiene un "ciclo de buscador y acumulador", que funciona buscando los índices en cada matriz de rigidez de los elementos y sumando los valores de los índices iguales. Al presionar el botón "Crear matriz de rigidez global", la macro calcula la matriz global como se muestra en la Tabla 4**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. Los desplazamientos en el nodo 1 son desconocidos, y de acuerdo a (Uribe Escamilla, 2000), (Weaver & Gere, 1990), (Mueller, 2016), (Dean), estos índices deben organizarse en primer lugar, y luego se organizan los valores de los desplazamientos conocidos que corresponden a los de los apoyos en los nodos 2 y 3.

Tabla 4. Matriz global de la estructura ensamblada. (Lopez, 2011).

	u1	v1	theta1	u2	v2	theta2	u3	v3	theta3
Q1x	**736027,78**	**217479,17**	**5836,80**	**-570000,00**	0,00	0,00	-166027,78	-217479,17	5836,80
Q1y	**217479,17**	**298590,62**	**4172,40**	**0,00**	-5700,00	8550,00	-217479,17	-292890,62	-4377,60
M1	**5836,80**	**4172,40**	**41420,00**	**0,00**	-8550,00	8550,00	-5836,80	4377,60	12160,00
Q2x	-570000,00	0,00	0,00	570000,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Q2y	0,00	-5700,00	-8550,00	0,00	5700,00	-8550,00	0,00	0,00	0,00
M2	0,00	8550,00	8550,00	0,00	-8550,00	17100,00	0,00	0,00	0,00
Q3x	-166027,78	-217479,17	-5836,80	0,00	0,00	0,00	166027,78	217479,17	-5836,80
Q3y	-217479,17	-292890,62	4377,60	0,00	0,00	0,00	217479,17	292890,62	4377,60
M3	5836,80	-4377,60	12160,00	0,00	0,00	0,00	-5836,80	4377,60	24320,00

La submatriz que contiene los subíndices referidos al nodo 1, es la matriz Knn, como se muestra en la Figura 11, la cual coincide con la matriz creada por la macro (las primeras 3 columnas y 3 primeras filas de la Tabla 4**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

$$
\begin{bmatrix}
736030 & 217480 & 5840 \\
217480 & 298590 & 4170 \\
5840 & 4170 & 41420
\end{bmatrix}
$$

Figura 11. Matriz Knn. (Uribe Escamilla, 2000).

La matriz Kna se muestra en la Figura 12.

$$\begin{bmatrix} -570000 & 0 & 0 \\ 0 & -5700 & -8550 \\ 0 & 8550 & 8550 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -166030 & -217480 & -5840 \\ -217480 & -292890 & 4380 \\ 5840 & -4380 & 12160 \end{bmatrix}$$

Figura 12. Matriz Kna. (Uribe Escamilla, 2000).

Se observa que todas las submatrices calculadas con la macro son muy cercanas a las matrices generadas en el ejercicio del libro de (Uribe Escamilla, 2000).

4.2 Programación de la hoja “Matriz de fuerzas”.

En esta hoja, el usuario debe ingresar las fuerzas aplicadas en los nodos y elementos. La hoja reconoce automáticamente el número de elementos y nodos, y solo pregunta por el tipo de fuerzas aplicadas, como se muestra en la Figura 13 y Figura 14.

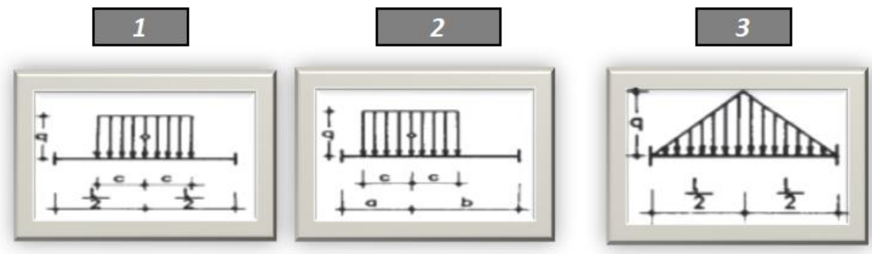


Figura 13. Tipos de fuerzas en elementos estructurales. Fuente: Autores.

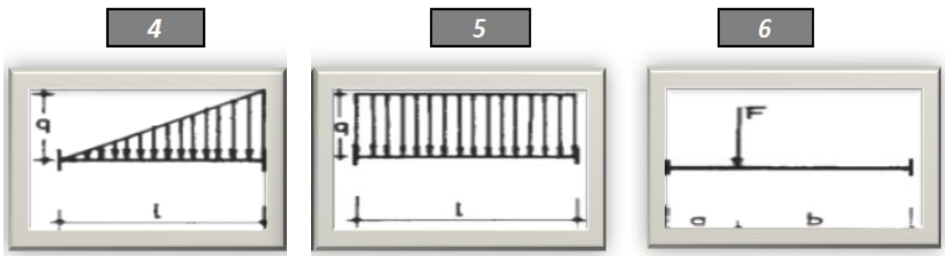


Figura 14. Tipos de fuerzas en elementos estructurales. Fuente: Autores.

Una vez elegido el tipo de fuerzas aplicadas a los elementos, el valor de la fuerza debe ingresarse en las celdas correspondientes, como se muestra desde la Tabla 5 y Tabla 6.

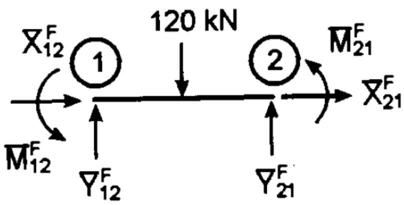
Tabla 5. Datos de entrada para la generación de fuerzas de empotramiento con la macro. Fuente: Autores.

Cuadrante	Elemento	Nodo i	Nodo j	L (m)	θ (°) =	Solicitación	q (Kg/m)	c (m)	L/2 (m)	a (m)	b (m)
4	1	1	2	3	0	6	120			1,5	1,5
5	2	3	1	5	53,13	5	20		2,5		

Tabla 6. Fuerzas de empotramiento calculadas con la macro. Fuente: Autores.

Reacciones de empotramiento (coordenadas locales)				*Reacciones de empotramiento (coordenadas globales)*			
M i (Kg.m)	*M j (Kg.m)*	*Ri (kg)*	*Rj (Kg)*	*Rix (kg)*	*Riy (Kg)*	*Rjx (kg)*	*Rjy (Kg)*
45,00	-45,00	60,00	60,00	0,00	60,00	0,00	60,00
41,67	-41,67	50,00	50,00	0,00	0,00	0,00	0,00

La fuerzas de empotramiento de acuerdo a (Uribe Escamilla, 2000), se muestran en la Figura 15 and Figura 16.

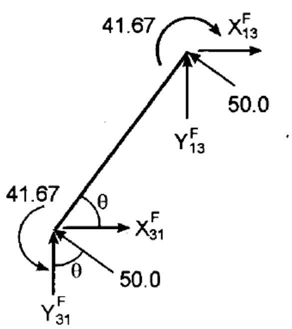


$$\overline{X}_{12}^F = \overline{X}_{21}^F = 0$$

$$\overline{Y}_{12}^F = \overline{Y}_{21}^F = 120/2 = 60.0 \text{ kN} \uparrow$$

$$\overline{M}_{12}^F = -\overline{M}_{21}^F = 120 \times 3/8 = 45.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Figura 15. Fuerzas de empotramiento en el elemento 1. Fuente (Uribe Escamilla, 2000).



$$X_{31}^F = X_{13}^F = -50.0 \times \text{sen}\,\phi = -40.0 \text{ kN} \leftarrow$$

$$Y_{31}^F = Y_{13}^F = 50.0 \times \cos\phi = 30.0 \text{ kN} \uparrow$$

$$M_{31}^F = -M_{13}^F = 41.67 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Figura 16. Fuerzas de empotramiento en el elemento 2. Fuente (Uribe Escamilla, 2000).

Una vez calculadas las fuerzas nodales debidas a las fuerzas en los elementos a los nodos, es necesario organizar estas fuerzas según el orden

(índices) de la matriz global, es decir, las fuerzas en el nodo 1 deben ser las primeras y las fuerzas en los nodos 2 y 3, debe ser el último, justo en ese orden. El Código se activa al presionar el botón llamado "Generar matriz de fuerzas y desplazamientos" (ver Figura 17), y los resultados se muestran en la Tabla 7.

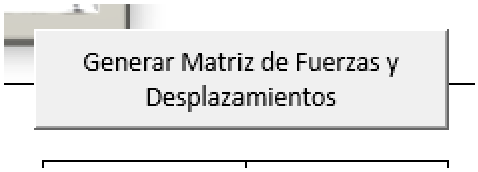


Figura 17. Botón para generar matrices de fuerzas y desplazamientos. Fuente: Autores.

Tabla 7. Matrices de fuerzas de empotramiento calculadas con la macro. Fuente: Autores.

Elemento 1	
Q1x	0,00
Q1y	60,00
M1	45,00
Q2x	0,00
Q2y	60,00
M2	-45,00

Elemento 2	
Q2x	-40,00
Q2y	30,00
M2	41,67
Q3x	-40,00
Q3y	30,00
M3	-41,67

Observe que la matriz que se muestra en la Tabla 7, está organizada para cada elemento. La matriz organizada de fuerzas y desplazamientos se calcula mediante la macro (ver Tabla 8). Los valores en la matriz de fuerzas indican que el nodo tiene fuerzas puntuales en él, mientras que las celdas que no son valores indican que las fuerzas en el nodo son desconocidas (reacciones). En la matriz de desplazamiento, los valores con "ceros" indican que los desplazamientos y las rotaciones en los soportes son iguales a cero, mientras que las celdas sin valores indican que los desplazamientos son desconocidos.

Tabla 8. Matriz de fuerzas y desplazamientos organizadas. Fuente: Autores.

Fuerzas de empotramiento		*Fuerzas puntuales*
Q2x	0,00	100
Q2y	-60,00	0
M2	-45,00	0
Q3x	-40,00	
Q3y	30,00	
M3	41,67	
Q4x	0,00	
Q4y	0,00	
M4	0,00	

Matriz de desplazamientos	
u2	
v2	
theta2	
u3	0
v3	0
theta3	0
u4	0
v4	0
theta4	0

Con esta convención, la macro detecta que las celdas vacías son incógnitas.

4.3 Programación de la hoja “Cálculos”

Básicamente, esta hoja calcula los desplazamientos y reacciones de la estructura. Los desplazamientos se calculan utilizando la matriz inversa de rigidez (Weaver & Gere, 1990). El inverso de esta matriz, no debe tener el orden completo de la matriz de rigidez global, solo tiene el orden del número de desplazamientos desconocidos. El código de Visual Basic para calcular la matriz inversa, los desplazamientos en los nodos y las reacciones en los soportes, se muestra en el Apéndice 1.

Para activar el código, se debe presionar un botón llamado "Calcular reacciones y desplazamientos", como se muestra en la Figura 19.



Figura 18. Botón para calcular y reacciones y desplazamientos. Fuente: Autores.

Once pushed the button, displacements and reactions are calculated, as shown in Tabla 9 and Tabla 10.

Tabla 9. Matriz inversa. Fuente: Autores.

Matriz inversa		
1,73179E-06	-1,25972E-06	-1,17143E-07
-1,25972E-06	4,27011E-06	-2,52629E-07
-1,17143E-07	-2,52629E-07	2,41849E-05

Tabla 10. Matriz de resultados. Fuente: Autores.

Resultados	
0,000254	**u1?**
-0,000371	**v1?**
-0,001085	**theta1?**
-184,80	**Q2x?**
101,39	**Q2y?**
-15,78	**M2?**
4,80	**Q3x?**
78,61	**Q3y?**
-51,75	**M3?**

Los resultados de la estructura según (Uribe Escamilla, 2000), se muestran en la **Figura 19.**

$$u_1 = 0.356 \times 10^{-3} \quad \text{m} \rightarrow$$
$$v_1 = -0.560 \times 10^{-3} \quad \text{m} \downarrow$$
$$\theta_1 = -0.736 \times 10^{-4} \quad \text{rad} \circlearrowright$$

$$\begin{bmatrix} X_2 = X_{21} \\ Y_2 = Y_{21} \\ M_2 = M_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -203.05\,\text{kN} \leftarrow \\ 63.83\,\text{kN} \uparrow \\ -50.42\,\text{kN}\cdot\text{m} \circlearrowright \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_3 = X_{31} \\ Y_3 = Y_{31} \\ M_3 = M_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23.04\,\text{kN} \rightarrow \\ 116.17\,\text{kN} \uparrow \\ 45.30\,\text{kN}\cdot\text{m} \circlearrowright \end{bmatrix}$$

Figura 19. Resultados de la estructura. (Uribe Escamilla, 2000).

Obsérvese que la macro convergió a los resultados correctos, coincidiendo con la solución plantada por (Uribe Escamilla, 2000).

5 CONCLUSIONES.

Como conclusión, se puede establecer que la macro en Excel funciona y se ejecuta de manera simple y didáctica para la resolución de estructuras mediante el método de rigidez directa y con una programación simple en un programa conocido y accesible por cualquier usuario, para que pueda ser usado con fines académicos pudiendo observar la generación de todas las matrices inmersas en los cálculos.

Esta herramienta informática se puede utilizar como complemento de las actividades académicas del estudiante y la resolución de los ejercicios, pudiendo dedicar más tiempo a analizar el problema que a realizar una gran cantidad de cálculos.

6 REFERENCIAS.

Aguiar, R. (2014). Análisis Matricial de Estructuras con CEINCI-LAB. Quito.

Beer, F., Johnston, R., DeWolf, J., & Mazurek, D. (2010). Mecánica de Materiales. Distrito Federal: McGraw-Hill.

Dean, J. (s.f.). Introduction to the Finite Element Method (FEM). Cambridge.

Gavin, H. (2014). Beam Element Stiffness Matrices. North Carolina.

Hibbeler, R. (2012). Analisis Estructural. Naucalpan de Juarez.

Kwon, Y., & Bang, H. B. (1996). The finite element method using Matlab. Minnesota.

Lopez, N. (2011). Análisis plano de estructuras mediante macros en microsoft excel. Barquisimeto.

Mueller, D. (2016). An introduction to the finite element method using MATLAB. Indiana.

Popov, E. (2000). Engineering Mechanics of solids. California.

Shepherd, R. (2004). Excel VBA Macro Programming. Osborne.

Uribe Escamilla, J. (2000). Análisis de Estructuras. Bogotá: ECOE.

Weaver, W., & Gere, J. (1990). Matrix Analysis of Framed Structures. New York.